

**2108002601040001**  
**EXAMINATION NOVEMBER 2024**  
**MASTER OF COMMERCE (EXTERNAL) PART – I**  
**ADVANCED STATISTICS - I - LEVEL 4**

[Time: As Per Schedule]

[Max. Marks:100]

**Instructions:**

1. Fill up strictly the following details on your answer book
  - a. Name of the Examination : **MASTER OF COMMERCE (EXTERNAL) PART - I**
  - b. Name of the Subject : **ADVANCED STATISTICS – I – LEVEL 4**
  - c. Subject Code No : **2108002601040001**
2. Sketch neat and labelled diagram wherever necessary.
3. Figures to the right indicate full marks of the question.
4. All questions are compulsory.

Seat No:

--	--	--	--	--	--

Student's Signature
---------------------

**English Version**

[Max. Marks 100]

**Q.1 Answer the following questions:**

**20**

- (1) What is estimation?
- (2) What is confidence interval?
- (3) Explain two types of errors.
- (4) Explain power of a test.
- (5) Explain the uses of negative Binomial Distribution.
- (6) Write the properties of Laplace distribution.
- (7) What are the uses of Run Test?
- (8) When do we use non-parametri test?
- (9) Write the probability density function of Laplace distribution. Also right its mean and variance.
- (10) A market research agency that conduct interviews by telephone has found, from past experience, that there is a 0.40 probability that a call made between 2:30 and 5:30 p.m. will be answered. Assuming a bernoullian process, what is the probability that and interview's tenth answer comes on his twentieth call?

- Q.2**
- (a) For binomial population  $x$  follows  $b(n, p)$ , obtain unbiased estimator of  $p^2$  and  $q$ . 7
- (b) Probability function is  $F(x, \theta) = \theta e^{-\theta x}$  where  $0 \leq x \leq \infty, \theta > 0$ . 7  
Random sample of size  $x_1, x_2, \dots, x_n$  is taken from this population. Then find maximum likelihood estimator (MLE) of  $\theta$  based on this values.
- (c) Explain sufficient estimator. Also write the properties of maximum likelihood estimator. 6

**OR**

- (a) Prove that the mean of a sample taken from the binomial distribution is more efficient than the mean of a sample taken from the poison distribution. 7
- (b) Population distribution is  $F(x, \theta) = 1$  where  $0 \leq x \leq \theta + 1, 0$  otherwise. For a sample of size  $x_1, x_2, \dots, x_n$  taken from population distribution, Show that sample mean is unbiased estimator and consistent estimator of  $\theta + \frac{1}{2}$ . 7
- (c) If  $x_1, x_2, \dots, x_n$  is a random sample taken from  $N(\mu, \delta^2)$  then obtain the maximum likelihood estimator of  $\mu$  and  $\delta^2$ . 6

- Q.3**
- (a) Probability function is  $F(x, \theta) = 5c_x \theta^x (1 - \theta)^{5-x}$ . If an observation at  $x$  is taken and the distance  $x \leq 2$  is used as the rejection region, then for testing  $H_0: \theta = \frac{1}{4}$  against  $H_1: \theta = \frac{3}{4}$ , find first and second type of error and also State Power of the test. 7
- (b) A sample of size 16 is taken from normal distribution with  $N(\theta, 256)$ . The following two tests are given to test  $H_0: \theta = 80$  against  $H_1: \theta = 84$ . Which taste is more appropriate? 7
- (i) If  $\bar{X} > 84$ , then reject  $H_0$ .
- (ii) If  $\bar{X} > 84.4$  or  $\bar{X} < 68$ . then reject  $H_0$ . 6
- (c) Obtain best rejection region of sample size 2 using Neyman Pearson Lemma for testing  $H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2$  against  $H_1: \sigma^2 = \sigma_1^2$  based on a sample size  $n$  taken from normal distribution  $N(0, \sigma^2)$ . If  $\sigma_0^2 = \sigma_1^2$ , then obtain power function in this case.

**OR**

- (a) Suppose  $x_1, x_2, \dots, x_n$  are taken from  $P(x) = n_{cx} \theta^x (1 - \theta)^{n-x}$ . All sample are independent values. Obtain the best critical region  $a$ , by using Neyman Pearson Lemma for testing  $H_0: \theta = \theta_0$  against  $H_1: \theta = \theta_1$ . 7
- (b) A random sample of size  $n$  is taken from the probability distribution  $f(x, \theta) = \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}}, 0 < x < \infty, \theta > 0$ . On the basis of this distribution, obtain the best critical region of size  $\alpha$ , to test  $H_0: \theta = \theta_0$  against 7

$H_1: \theta = \theta_1$ , by using Neyman Pearson Lemma.

(c) Explain Neyman Pearson Lemma 6

**Q.4** (a) Find mean of Log normal distribution. 7

(b) For hyper Geometric distribution, prove that  $E(x) = \frac{mr}{m+n}$ . 7

(c) Find the third quarter of Cauchy distribution. 6

**OR**

(a) For Laplace distribution, prove that  $E(x) = \mu$ . 7

(b) For Log Normal Distribution, prove that  $\mu_r' = e^{r\mu} + \frac{r^2\sigma^2}{2}$ . 7

(c) Find the first quarter of Cauchy distribution. 6

**Q.5** (a) The following frequency distribution is obtained for tossing 5 coin 192 times. 7

No. of Head	0	1	2	3	4	5
Frequency	6	26	73	60	14	7

Check unbiasedness of a coin using Kolmogorov and Smirnov test.

(b) Perform Kendall T test from the following data: 7

x	15	25	22	18	5	10	0	17	18	23
y	35	42	20	52	47	38	36	47	50	52

(c) Explain Kruskal-Wallis test. 6

**OR**

(a) A mathematical test is given by the three group of students who is result is as follows. Can it be said that the mathematical ability of the students of three groups is same? Use Kruskal-Wallis test. 7

Group-I	14	6	4	11	12	-	-	-
Group-II	7	16	9	14	17	5	4	-
Groip-III	3	10	13	8	15	19	21	23

(b) The data of 40 days of any one production is as follows. Can it be say that the production is random? 7

17	15	20	29	19	18	22	25	27	9	19	18	23	18	31
13	20	17	24	14	19	23	28	19	16	22	24	17	20	13
24	20	17	6	24	14	15	23	24	26					

(c) Explain Kendall's rank correlation method. 6

\*\*\*\*\*

## Q.1 નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો:

20

- (1) આગણન એટલે શું?
- (2) વિશ્વસનીય સીમા એટલે શું?
- (3) બે પ્રકારની ભૂલો સમજાવો.
- (4) પરીક્ષાનું સામર્થ્ય સમજાવો.
- (5) ઋણ દ્વિપદી વિતરણ ના ઉપયોગો સમજાવો.
- (6) લાપ્લાસ વિતરણ ના ગુણધર્મો લખો.
- (7) સ્વ પરીક્ષણના ઉપયોગો શું છે?
- (8) બિન પ્રાયલીય પરીક્ષણનો ઉપયોગ આપણે ક્યારે કરીએ છીએ?
- (9) લાપ્લાસ' વિતરણ નું સંભાવના ઘટત્વ વિધેય લખો. તેનો મધ્યક અને વિચરણ પણ લખો.
- (10) એક માર્કેટ રિસર્ચ એજન્સી કે જે ટેલીફોન દ્વારા ઇન્ટરવ્યૂ લે છે, ભૂતકાળના અનુભવ પરથી જાણવા મળ્યું છે કે કોલ બે 30 અને 5:30 pm ની વચ્ચે આવે અને જેનો જવાબ મળે તેની સંભાવના 0.40 છે, બર્નોલીયન પ્રક્રિયા ધારી, તેના વીસમાં કોલ પર ઇન્ટરવ્યૂમાં દસમો જવાબ આવે તેની સંભાવના કેટલી છે?

- Q.2 (અ) દ્વિપદી સમષ્ટિ  $x$  અનુસરે  $b(n, p)$ , તો  $p^2$  અને  $q$  નો અનભિનત આગણક મેળવો. 7
- (બ) સંભાવના વિધેય  $F(x, \theta) = \theta e^{-\theta x}$  where  $0 \leq x \leq \infty, \theta > 0$ . આ સમષ્ટિમાંથી 7  
 $x_1, x_2, \dots, x_n$  કદનો એક યદ્યચ્છ નિદર્શ લેવામાં આવે છે. તો આ કિમતો પર આધારિત  $\theta$  નો મહત્તમ વિસંભાવના આફનાક (MLE) શોધો.
- (ક) પર્યાપ્ત આગણક સમજાવો. મહત્તમ વિસંભાવના આગણકના ગુણધર્મો પણ લખો 6

## અથવા

- (અ) દ્વિપદી સમષ્ટિમાંથી લીધેલા નિદર્શનો મધ્યક એ પોયસન સમષ્ટિમાંથી લીધેલા નિદર્શના મધ્યક કરતા વધુ દક્ષ હોય છે એમ સાબિત કરો. 7
- (બ) સમષ્ટિ વિતરણ  $F(x, \theta) = 1$  છે જ્યાં  $0 \leq x \leq \theta + 1, 0$  અન્યથા માંથી 7  
લીધેલા  $x_1, x_2, \dots, x_n$  કદના નિદર્શ માટે બતાવો કે નિદર્શ મધ્યક એ  $\theta + \frac{1}{2}$  નો અનભિનત આગણક છે અને સુસંગત આગણક છે.
- (ક) જો  $x_1, x_2, \dots, x_n$  એ  $N(\mu, \delta^2)$  માંથી લીધેલા યદ્યચ્છ નિદર્શ હોય તો  $\mu$  અને  $\delta^2$  નો મહત્તમ વિસંભાવના આગણકો મેળવો. 6

**Q.3** (અ) સંભાવના વિધેય  $F(x, \theta) = 5c_x \theta^x (1 - \theta)^{5-x}$  છે. જો ક્ષ પરનું એક જ અવલોકન લઈ અંતર  $x \leq 2$  નો ઉપયોગ અસ્વીકૃતિ ક્ષેત્ર તરીકે કરવામાં આવે તો  $H_0: \theta = \frac{1}{4}$  વિરુદ્ધ  $H_1: \theta = \frac{3}{4}$  ના પરીક્ષણ માટે પહેલા અને બીજા પ્રકારની ભૂલનું તેમજ પરિક્ષનનું સામર્થ્ય જણાવો. 7

(બ)  $N(\theta, 256)$  વાળી પ્રામાણ્ય સમષ્ટિમાંથી 16 કદનો એક યદચ્છ નિદર્શ લેવામાં આવ્યો.  $H_0: \theta = 80$  વિરુદ્ધ  $H_1: \theta = 84$  ના પરીક્ષણ કરવા માટે નીચે પ્રમાણે બે પરીક્ષણો આપ્યા છે. કયું પરીક્ષણ વધુ સારું? 7

(i) જો  $\bar{X} > 84$ , હોય તો  $H_0$  નો અસ્વીકાર.

(ii) જો  $\bar{X} > 84.4$  અથવા  $\bar{X} < 68$ . તો  $H_0$  નો અસ્વીકાર. 6

(ક) પ્રામાણ્ય વિતરણમાં  $N(0, \sigma^2)$  માંથી લીધેલા  $n$  કદવાળા નિદર્શને આધારે  $H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2$  વિરુદ્ધ  $H_1: \sigma^2 = \sigma_1^2$  ના પરીક્ષણ માટે નેમન પિયર્સનનો ઉપયોગ કરી 2 કદવાળો શ્રેષ્ઠ અસ્વીકૃતિ પ્રદેશ મેળવો. જો  $\sigma_0^2 > \sigma_1^2$  હોય તો આ કિસ્સામાં સામર્થ્ય વિધેય મેળવો.

#### અથવા

(અ) ધારો કે  $x_1, x_2, \dots, x_n$  એ  $P(x) = n_{cx} \theta^x (1 - \theta)^{n-x}$  માંથી લીધેલ નિરપેક્ષ કિમતો છે. પરિકલ્પના  $H_0: \theta = \theta_0$  વિરુદ્ધ  $H_1: \theta = \theta_1$  ના પરીક્ષણ માટે  $a$  કદનું શ્રેષ્ઠ અસ્વીકૃતિ ક્ષેત્ર નેમન પિયર્સન પ્રમેયનો ઉપયોગ કરીને મેળવો. 7

(બ)  $f(x, \theta) = \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}}, 0 < x < \infty, \theta > 0$  વિધેય છે. આ સંભાવના વિધેયમાંથી લીધેલા  $n$  કદવાળા નિદર્શના આધારે  $H_0: \theta = \theta_0$  વિરુદ્ધ  $H_1: \theta = \theta_1$  ના પરીક્ષણ માટે નેમન પિયર્સન પ્રમેયનો ઉપયોગ કરીને  $a$  કદવાળો શ્રેષ્ઠ અસ્વીકૃતિ પ્રદેશ મેળવો. 7

(ક) નેમન પિયર્સન પ્રમેય સમજાવો 6

**Q.4** (અ) લઘુ પ્રમાણ્ય વિતરણ નો મધ્યક મેળવો. 7

(બ) અતિ ગુણોત્તર વિતરણ માટે સાબિત કરો કે  $E(x) = \frac{mr}{m+n}$ . 7

(ક) કોશી વિતરણનો તૃતીય ચતુર્થક મેળવો. 6

#### અથવા

(અ) લાપ્લાસ વિતરણન માટે સાબિત કરો કે  $E(x) = \mu$ . 7

(બ) લઘુ પ્રમાણ્ય વિતરણ માટે સાબિત કરો કે  $\mu_r' = e^{r\mu} + \frac{r^2 \sigma^2}{2}$  7

(ક) કોશી વિતરણનો પ્રથમ ચતુર્થક મેળવો. 6

**Q.5** (અ) પાંચ સિક્કા 192 વખત ઉછાળતા નીચે પ્રમાણે આવૃત્તિ વિતરણ મળે છે. 7

છાપની સંખ્યા	0	1	2	3	4	5
આવૃત્તિ	6	26	73	60	14	7

કોલમોગોરોવ અને સ્મિર્નોવ પરીક્ષણ દ્વારા સિક્કાઓની અનભિનતતા તપાસો.

(બ) નીચેની માહિતી પરથી કેન્ડાલ T પરીક્ષણ કરો:

x	15	25	22	18	5	10	0	17	18	23
y	35	42	20	52	47	38	36	47	50	52

(ક) ફ્સ્કલ-વોલીસ પરીક્ષણ સમજાવો.

### અથવા

(અ) ત્રણ જૂથના વિદ્યાર્થીઓને એક ગાણિતિક કસોટી આપવામાં આવી હતી જેના પરિણામો નીચે મુજબ છે. શું એમ કહી શકાય કે ત્રણેય જૂથના વિદ્યાર્થીઓમાં ગાણિતિક ક્ષમતા સમાન છે ? ફ્સ્કલ-વોલીસ પરીક્ષણનો ઉપયોગ કરો.

જૂથ -I	14	6	4	11	12	-	-	-
જૂથ -II	7	16	9	14	17	5	4	-
જૂથ -III	3	10	13	8	15	19	21	23

(બ) કોઈ એક ઉત્પાદન 40 દિવસના આંકડાઓ નીચે પ્રમાણે છે. તો આ ઉત્પાદન સાનુક્રમ ધરાવે છે તેમ કહી શકાય?

17	15	20	29	19	18	22	25	27	9	19	18	23	18	31
13	20	17	24	14	19	23	28	19	16	22	24	17	20	13
24	20	17	6	24	14	15	23	24	26					

(ક) કેન્ડાલની ક્રમાંક સહસબંધાકની રીત સમજાવો.

\*\*\*\*\*END\*\*\*\*\*